XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Регионалeн eтап

5 февруари 2021г.

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 клас***

***Първи ден***

**1.** Естествено число, по-голямо от 1000000, дава еднакви остатъци при деление на 40 и на 125. Каква може да е цифрата на стотиците му?

**2.** Числата *x* и *y* удовлетворяват неравенствата *x*2−*x*>*y*2 и *y*2−*y*>*x*2. Какъв може да е знакът на произведението *xy*? (Намерете всички възможности.)

**3.** В група от 79 ученици всеки има 39 познати, като всяко момче има познато момиче, а всяко момиче – познато момче. Може ли да се окаже, че всички момичета от групата имат в нея равен брой познати момчета, а всички момчета – равен брой познати момичета? (Познанствата са взаимни.)

**4.** Петьо и Васко играят: Васко подрежда в редица 150 монети: някои – «ези», а някои – «тура». Петьо при всеки свой ход избира три поредни монети, а Васко трябва да обърне две от тях по свой избор. Петьо иска да постигне колкото се може повече «тура». За кое най-голямо *k* Петьо може да осигури поне *k* монети «тура» независимо от действията на Петьо?

**5.** *CL* е ъглополовяща в триъгълник *ABC. CLBK* е успоредник. Правата *AK* пресича отсечката *CL* в точка *P*, равноотдалечена от диагоналите на *CLBK.* Докажете, че *AK*≥*CL.*